



تحلیل اثر ویژگی‌های حسابی و هندسی بر فرآیند ترسیم کاربندی‌ها با رویکرد دستیابی به روش‌های ترسیم بهینه نوین

شهرزاد آئینه‌چی^{۱*}، نیما ولی‌بیگ^۲

۱. دکتری مرمت بنا و بافت‌های تاریخی، گروه مرمت بنا، دانشکده مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

۲. دانشیار، گروه مرمت بنا، دانشکده مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۳۰

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۰۲

چکیده

شنا سایی دقیق‌تر جزئیات ترسیم و یافتن ارتباط بین فرمول‌های ریاضی با اشکال هندسی خود پیش‌نیاز ارائه راهکاری نوین برای ترسیم انواع کاربردی می‌باشد. امروزه به دلیل تغییر شیوه و ابزار ترسیمات ارائه راهکارهایی نوین برای افزایش دقت و سرعت ترسیم اشکال پیچیده هندسی مخصوصاً کاربردی بیش‌تر حس می‌شود. یافتن زاویه بین قطر دایره و طول مستطیل محاط در دایره، راهکاری نوین بر پایه فرمولی جدید، جهت فراگیری ساده‌تر و سریع‌تر روش‌های ترسیم انواع کاربردی با تعداد ضلع زوج و در زمینه مستطیل شکل ارائه می‌دهد. پژوهشگران در گستره کاربردی بیشتر به شیوه‌های ترسیم آن‌هم به شکل متفاوت با یکدیگر پرداخته‌اند. این پژوهش برای نخستین بار به ارائه راهکاری نوین و ساده جهت ترسیم اشکال هندسی کاربردی بر پایه فرمول ریاضی مشخص می‌پردازد. روش داده‌اندوزی به صورت مطالعه منابع کتابخانه‌ای و محاسباتی می‌باشد. هدف کلی این مقاله، تحلیل حسابی و هندسی روش‌های گوناگون ترسیم کاربردی جهت دستیابی به ارائه راهکاری نوین می‌باشد. نتیجه حاصل از تحقیق، مبین این مطلب است که با دانستن دو پارامتر تعداد ضلع کاربردی و اندازه زاویه بین قطر دایره و طول مستطیل محاط در دایره، به راحتی می‌توان انواع کاربردی‌ها با تعداد ضلع زوج در زمینه مستطیل را ترسیم نمود.

واژگان کلیدی: کاربردی، حساب و هندسه، روش ترسیم سنتی، روش ترسیم بهینه

* نویسنده مسئول مکاتبات: اصفهان، خیابان حکیم نظامی، روبه‌روی خیابان طالقانی، دانشگاه هنر اصفهان، دانشکده مرمت بنا، گروه مرمت بنا، کد پستی: ۸۱۷۳۸۷۷۵۴۱.

پست الکترونیکی: Ainechi.shahrzad@yahoo.com

۱. مقدمه

معماری اسلامی مملو از عناصر و جزئیاتی در طراحی، کالبد و تزیینات می‌باشد که از هندسه‌ها، تناسبات و مدل‌های ریاضی پیچیده تشکیل شده است [1]. ویژگی اصلی کاربردی، وجود هندسه‌ی دقیق و قواعد ترسیمی در طراحی و اجرای آن می‌باشد. قواعد ترسیمی روش‌های سنتی سینه‌به‌سینه منتقل شده است. در خصوص کاربردی منابع اندک ترسیمی از طومارهای معماران موجود است. ترسیم کاربردی بر پایه هندسه زمینه عمدتاً روشی است که در ترسیم‌های افرادی همچون لرزاده، پیرنیا و بزرگمهری مورد استفاده قرار گرفته است. معماران گذشته ایرانی هر کدام روش خاص خود را برای ترسیم کاربردی عرضه داشته‌اند. از انطباق این روش‌های ترسیم مختلف به خطاهایی در محاسبات آن‌ها دست‌یافته می‌شود. مثلاً در هنگام ترسیم کاربردی‌های کشیده شده در کتاب هندسه در معماری بزرگمهری با فرمول ریاضی ذکر شده، نقاط رئوس زمینه کاربردی بر روی نقاط تقسیم‌بندی دایره محیطی منطبق نمی‌شوند، زیرا این فرمول کاملاً دقیق نیست. در این مقاله نگارنده راهکار ترسیمی نوین بر پایه تحلیل‌های روابط ریاضی موجود بین اشکال هندسی کاربردی با تعداد اضلاع زوج را با استفاده از نرم‌افزار پیشنهاد داده است. در این صورت قبل از ترسیم خطاهای موجود را برطرف نموده، سپس اقدام به ترسیم می‌شود؛ بنابراین باید رئوس زمینه کاربردی بر روی نقاط تقسیمی دایره محیطی منطبق باشند و گرنه کاربردی ترسیم نمی‌شود. با یافتن روابط ریاضی و هندسی بین نمونه‌های مختلف کاربردی می‌توان به ارائه فرمولی جدید و راهکاری نوین جهت بهینه کردن روش ترسیم بهره برد. با ارائه فرمول‌های ریاضی جدید جهت ترسیم اشکال هندسی کاربردی و با استفاده از امکانات نرم‌افزاری نوین، می‌توان گامی مؤثری در جهت افزایش سرعت و دقت ترسیمات برداشت. هدف کلی این مقاله، تحلیل حسابی و هندسی روش‌های گوناگون ترسیم

کاربردی جهت دستیابی به ارائه راهکاری نوین می‌باشد، در این راستا پرسش‌های پژوهش به صورت زیر مطرح می‌شوند:

چه وجه تشابهی بین روش‌های مختلف ترسیم کاربردی وجود دارد؟

چه راهکاری برای ارائه فرمولی مشخص جهت ترسیم گونه‌های مختلف کاربردی وجود دارد؟

چگونه تغییر در ساختار شیوه‌های ترسیمی باعث بهینه شدن این شیوه‌ها خواهد شد؟

۲. پیشینه پژوهش

در رساله عبدالرحمن صوفی مربوط به قرن چهارم درباره «هندسه پرگاری» دیده می‌شود که بیشتر درباره تقسیم دایره به قسمت‌های مساوی و ترسیم چندضلعی‌های منتظم است [2]. در روش‌های سنتی ترسیم کاربردی، گام ابتدایی تعیین بستر یا زمینه کاربردی براساس قواعد هندسی است که پس از آن ترسیم کاربردی براساس شکل و تناسبات بستر ادامه می‌یابد. انتخاب تعداد اضلاع کاربردی تنها با سلیقه و دلخواه معمار تعیین نمی‌شود. بلکه ابعاد مختلف سطحی که باید در آن کاربردی اجرا شود، نوع آن را مشخص می‌کند. قوانین تناسب به طور سنتی مبتنی بر تقسیم دایره توسط اشکال منتظمی است که مماس با آن در داخل آن رسم شده است.

در منبعی به طبقه‌بندی نقش‌های هندسی در هنر اسلامی پرداخته‌اند و شیوه‌های ترسیم دقیق نقوش هندسی را بیان کرده‌اند [3]. استادکاری در اثر نوشتاری خود به ارائه روش‌های ترسیمی انواع قوس و گره پرداخته و در خصوص کاربردی تنها به ذکر انواع زمینه‌های آن و معرفی اجزای یک نوع نیم‌کار بسنده کرده است [4]. پژوهشگری هندسه کاربردی را برگرفته از مربع‌های گردان در دایره می‌داند [5]. طرح‌های دستی معماران و صنعتگران، از دیگر آثار به‌جامانده از گذشته می‌باشد که گاهی در قالب طومارهایی تدوین و نگهداری شده است [6]. در رساله بوزجانی «فی مایحتاج الیه العمال و الصناع

پژوهش دیگر مورد بررسی قرار گرفته است [20]. محقق در پایان‌نامه ارشد خود، روشی جدید برای پیاده کردن کاربردی در سطوح و زمینه‌های آزاد مطرح کرده است [21]. پژوهشگری از چهار فاکتور (اضلاع کاربردی، فواصل اتصال، شاغولی یا غیر شاغولی بودن، زمینه) برای فرمول نویسی و مدل سازی ریاضی انواع کاربردی‌های ساده استفاده کرده است [22].

کتاب‌ها و مقالات متعددی در مورد هندسه انواع کاربردی‌ها نوشته شده است که همگی بیش‌تر به شیوه ترسیم کاربردی در زمینه‌های منتظم و متداول پرداخته‌اند. فقدان ادبیات مشترک میان محدود منابع موجود در زمینه‌های ترسیم کاربردی و نیز اصطلاحات خاص هر کدام مانعی در درک درست این شیوه‌ها می‌باشد. در این مقاله برای نخستین بار پژوهشگران به ارائه راهکاری ساده و نوین جهت ترسیم انواع کاربردی‌ها با تعداد ضلع زوج پرداخته‌اند. ترسیم این کاربردی‌ها بر مبنای دانستن تعداد اضلاع کاربردی و اندازه زاویه محاط بین قطر دایره و طول مستطیل محاط در دایره با استفاده از نرم‌افزار ترسیمی اتوکد صورت می‌گیرد.

۳. روش پژوهش

این تحقیق از نظر هدف از نوع تحقیق‌های کاربردی و به شیوه‌ی مطالعه مقایسه‌ای انجام شده است. اطلاعات لازم برای پژوهش از طریق مطالعات کتابخانه‌ای و ترسیم هندسه انواع کاربردی‌ها با استفاده از نرم‌افزار اتوکد به‌دست‌آمده است. روش مورد استفاده یافته اندوزی و تحلیل محتوا به استناد کتب مربوط به ترسیم کاربردی به‌ویژه کتاب‌های «هندسه در معماری»، «گره و کاربردی»، «احیای هنرهای سنتی» و درس‌نامه‌های باقی‌مانده از زنده‌یاد پیرنیا است. ابتدا انواع روش‌های ترسیم کاربردی ۱۶ از دید استادکاران سنتی موجود در اسناد ترسیمی، مورد ترسیم دوباره قرار گرفتند. نقاط قوت و ضعف هر کدام از روش‌های ترسیم به دست آمد.

من الاشکال الهندسیه» که از معتبرترین منابع در زمینه هندسه‌ی عملی در دوران اسلامی است، شیوه‌های احتمالی ترسیم نمونه‌ها را با کاربرد ابزارهای رایج زمان که یک خط‌کش ساده و پرگار بود، شرح داده است [7].

ترسیمات اشکال هندسی با مطالعه و اقتباس از کتاب‌های دانشمندان مسلمان نظیر: «هندسه ایرانی» از ابوالوفابوزجانی و «رساله مفتاح الحساب» از غیاث‌الدین کاشانی انجام شده است [8].

بررسی منابع نشان می‌دهد که جامع‌ترین مرجع برای ترسیم انواع کاربردی روش پیرنیا (ترسیم بر پایه ابعاد مستطیل زمینه و تقسیم‌بندی دایره محیطی دربرگیرنده رئوس آن مستطیل و درنهایت به هم وصل کردن نقاط تقسیم روی دایره برای به دست آوردن چندضلعی موردنظر و مهم بودن ابعاد مستطیل زمینه) است [9]. اندیشمندانی روش ترسیم کاربردی را براساس نیم‌کار بیان داشته و از زمینه‌های کاربردی و از تناسب ابعادی آن سخنی به میان نیاورده‌اند [10-11]. ترسیم بر پایه مستطیل زمینه و تقسیم‌بندی دایره محیطی دربرگیرنده رئوس آن مستطیل [12]، بیان نحوه ترسیم بخشی دیگر از انواع کاربردی و یزدی‌بندی [13]، بازخوانی روش‌های ترسیمی پیرنیا و شعرفاف [14-15]، مطالعه ی مقایسه‌ای انواع شیوه‌های ترسیم سنتی [16]، نیز مؤید این زمینه است.

در رویکرد مدرن به ترسیم کاربردی پژوهشگران دیگری نیز تلاش‌هایی برای رفع ابهام از روش ترسیم کاربردی داشته‌اند. به شکل ویژه کاربردی‌های خاصی در بناها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از این میان تحلیل کاربردی هشتی باغ دولت‌آباد یزد را می‌توان برشمرد [17]. پژوهشگری روش جدیدی برای نام‌گذاری و ترسیم انواع کاربردی‌ها بر طبق ویژگی‌های هندسی اصلی آن‌ها ارائه نموده است [18]. همچنین نویسندگانی روش جدیدی برای ترسیم کاربردی در زمینه‌های غیرمنتظم و خاص مطرح کردند [19]. تناسب ابعادی زمینه‌های کاربردی، نظام هندسی و روابط ریاضی بین آن‌ها در

برای برطرف کردن مشکلات روش ترسیم سنتی و ارائه راه‌حل نوین، شیوه‌های ترسیمی انواع کاربردی با تعداد ضلع زوج و روش ترسیم یکسان مقایسه شدند. با یافتن نقاط مشترک ریاضی و هندسی آن‌ها، فرمولی جدید برای ترسیم انواع کاربردی‌ها با تعداد ضلع زوج ارائه گردید.

۴. مبانی نظری

۴-۱. کاربرد حساب و هندسه

مطالعاتی که در سال‌های اخیر روی رابطه میان ریاضیات و هندسه و هنر ایرانی صورت گرفته است حاکی از این است که هنرمندان مسلمان ایرانی در قرون میانی پیشرفت‌های شگرفی در ریاضیات و هندسه داشته‌اند. هندسه همچنین موضوع رسایل علمی بسیاری بوده است. دانشمندانی نظیر فارابی در احصاء العلوم در تقسیم‌بندی علوم سنتی، معماری و مکانیک (علم الحیل) را ذیل هندسه عملی و هندسه را نیز ذیل علوم ریاضی طبقه‌بندی نموده‌اند و این نشانگر جایگاه ممتاز ریاضیات و هندسه در علوم سنتی است [6]. در سنت ریاضی‌دانان مسلمان نگارش رساله‌های علمی شایع بود. ابوالوفامحمد بن محمد البوزجانی یکی از مشاهیر بزرگ در علم حساب و هندسه است که در قرن چهارم مجموعه‌ای از تألیفات متعدد در علم ریاضیات را از خود به‌جا گذاشته است. وی در زمینه‌ی هندسه رساله‌ای به نام «فی ما يحتاج الیه العمال و الصناع من الاشکال الهندسیه» می‌نویسد که بعضی اعتقاد دارند این کتاب ابوالوفا از رساله هندسه منسوب به فارابی اقتباس شده است [23]. فارابی با کتاب «احصاءالعلوم» نیمه اول سده چهارم ه.ق، رسایل اخوان الصفا سده چهارم که متأثر از افکار فارابی و ابوالحسن عامری بود، ابوالوفابوزجانی با «اعمال الهندسه» سده چهارم، ابن هیثم (ریاضی‌دان عراقی) با «الابنیه و العقود» (کتاب بناها و عناصر)، کرجی ریاضی‌دان و مهندس ایرانی در سده پنجم با «عقودالبنیه» (عناصر ابنیه) و... از جمله ریاضی

دانانی بودند که در قرن‌های سوم و چهارم با کتب و رسایل خود تأثیر بسزایی در پیشرفت معماری در ایران داشته‌اند [6]. فیلسوف و ریاضیدانی نیز درباره منزلت معمار، بنا و کاربرد هندسه در معماری مطالب ارزشمندی دارد [24]. در معماری اسلامی می‌توان عملاً کلیه طرح‌های هندسی را با استفاده از یک خط‌کش و پرگار کشید و تقریباً تمامی طرح‌ها را می‌توان به چند شکل هندسی نسبتاً ساده تنزل داد [25]. در فرهنگ ایرانی-اسلامی ما هندسه، فلسفه و معماری پیوندی عمیق یافتند، پیوندی که معماری در ایران را به یکی از برجسته‌ترین و باشکوه‌ترین تجلی زیبایی‌طلبی و زیبایی‌جویی ایرانیان تبدیل نمود. این کتاب در توجه وافی به لزوم احیای نسبت میان فلسفه و معماری و ظهور دانش‌های میان‌رشته‌ای چون فلسفه معماری بسیار مفید و مؤثر است [26].

۴-۲. کاربردی

کاربندی پیشرفته‌ترین شیوه انتقالی و حاصل شناخت معماران ایرانی نسبت به علم هندسه و ریاضیات پیشرفته است [10]. کاربردی شبکه‌ای مرکزگرا است که از تقاطع منظم قوس‌های هم‌اندازه‌ای که به دور دایره‌ای دوران می‌کنند، پدید می‌آید. این قوس‌ها، بر روی پایه‌های متقابل قرار می‌گیرند و به طریقی دهانه سقف را جمع می‌کنند. بر روی رئوس آن‌ها عرقچین ساده‌ای قرار می‌گیرد که به خاطر شکل خورشید مانندش آن را «شمسه» می‌خوانند [15]. بررسی‌ها نشان می‌دهد که کاربردی الزاماً بایستی به‌گونه‌ای باشد که قوس‌های کاربردی بار خود، پرکننده‌ها و عرقچین را تحمل کنند. رسمی‌بندی نوعی از کاربردی، متشکل از شبکه‌ای هندسی از قوس‌های متقاطع که فاقد مقاومت باربری هستند، لذا همواره در نقش آمود ظاهر شده و پایین سقفی دیگر و متکی بر آن قرار می‌گیرند [26]. در زیر (جدول ۱) به دسته‌بندی انواع کاربردی از نظر استادکاران مختلف به‌طور مختصر اشاره شده است.

جدول ۱: دسته‌بندی کاربردی براساس عناوین ارائه‌شده توسط استادکاران و محققان

ردیف	نام پژوهشگر	دسته‌بندی کاربردی‌ها بر اساس دیدگاه پژوهشگران مختلف			
۱	پیرنیا [9]	۱) کاربردی درهم (کاربندی جفت) ۲) کاربردی لنگ ۳) کاربردی پرور ۴) کاربردی یزدی ۵) کاربردی لمیده ۶) کاربردی سوار ۷) کاربردی اختر [9]			
۲	بزرگمهری [12]	کاربندی	قالب شاغولی	رسمی	ساده
					پرور (تکرار)
					کاربندی کشیده
					گسترش طولی
					گسترش در زمینه‌های مختلف هشت و نیم هشت، چهارپاهو (چلیپا)، مربع، هشت یا گسترش درهم
				اختری	پیوسته یا متصل
					گسپخته
۳	شعرباف [11]	کاربندی	قالب سرسفت	قالب سر سفت	ساده ۱۰-۱۲-۱۴-۱۶
				قالب	یک‌پا
					دو پا
					مشک شکسته
					کونه بندی [13]
۴	لرزاده [10]	نیمکار	تنک	عمق نیمکار مربع = ۱/۲ دهانه	
				عمق نیمکار نقل < ۱/۲ دهانه	
				دو پا	عمق < ۱/۲ دهانه
۵	نوابی و حاجی قاسمی (نوابی و حاجی قاسمی، ۱۳۹۰) [29]	کاربندی	قالب شاغولی	یک پا	
				شمسه مماس بر زمینه	
				دو پا	
				قالب سرسفت	
۶	معماریان [14]	۱- بر اساس شکل و نوع فضایی که پوشانده می‌شود	فضای نیمه‌باز	فضای کامل بسته	
				نیمکار مربع عمق = ۱/۲ دهانه	
				نیمکار نقل عمق < ۱/۲ دهانه	
				نیمکار تنک عمق < ۱/۲ دهانه	
		۲- بر اساس نحوه قرارگیری کارها در فضا	قالب شاغولی	قالب سر سفت	
				قالب سر سفت	
				رسمی	گسترش کاربردی
				۳- بر اساس شکل و تناس زم	

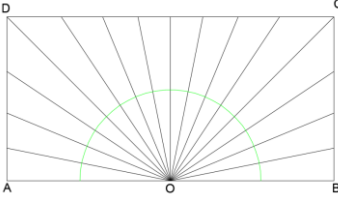
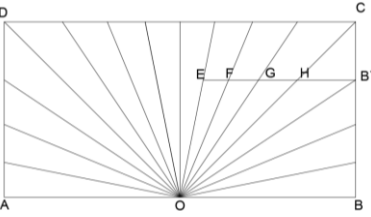
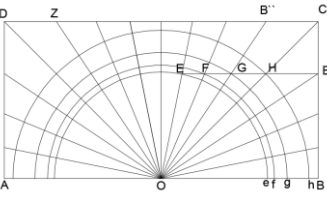
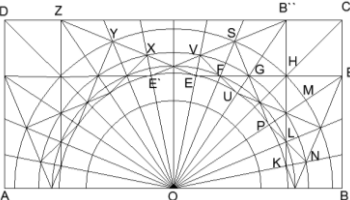
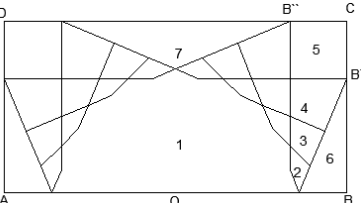
۴-۳. توسیع کاربرندی بر اساس دیدگاه

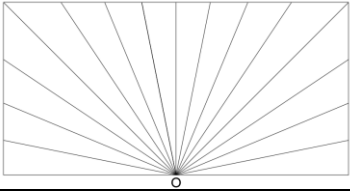
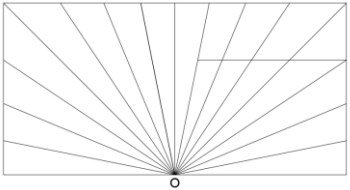
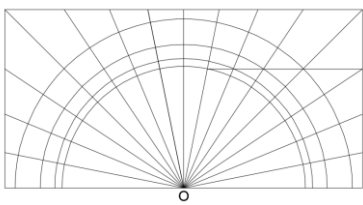
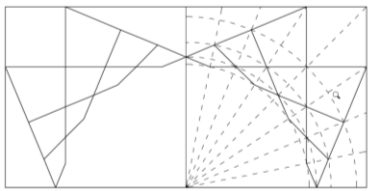
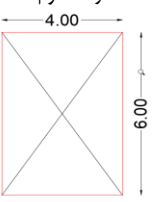
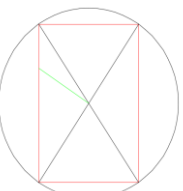
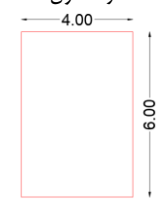
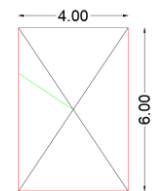
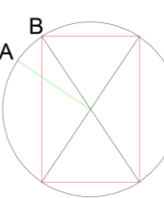
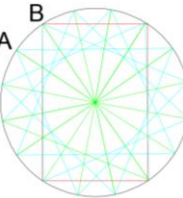
استادکاران و پژوهشگران مختلف

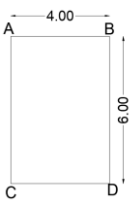
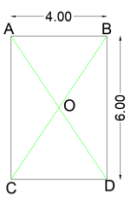
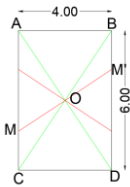
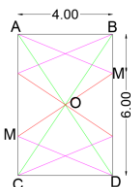
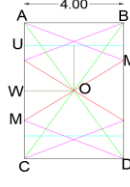
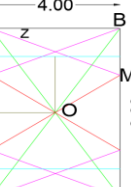
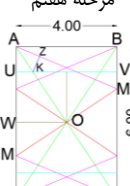
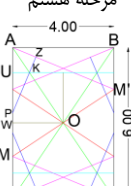
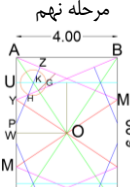
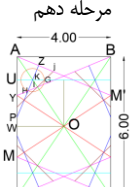
افراد گوناگونی در ارتباط با روش‌های ترسیم کاربردی اطلاعاتی ارائه داده‌اند. شیوه‌های متفاوتی در فرایند

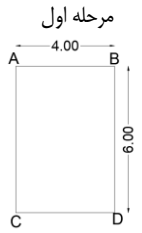
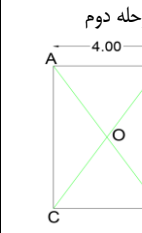
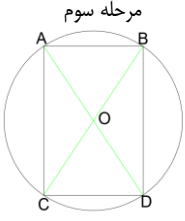
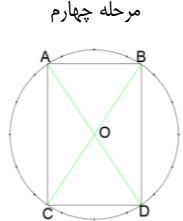
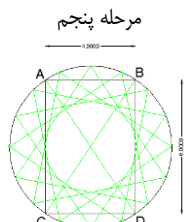
ترسیم کاربردی‌ها هستند که بسیاری از آن‌ها همه گونه‌های کاربردی را شامل نمی‌شوند. برخی از آن‌ها فقط تعداد خاصی از کاربردی‌ها را پاسخ می‌دهد (جدول ۲).

جدول ۲: انواع روش‌های ترسیم کاربردی ۱۶ از دید استادکاران سستی.

نام استادکار سستی	شیوه ترسیم	نقد روش ترسیم	مراحل ترسیم
شعرباف	۱. AB دهنه ایوان است. به مرکز O وسط AB فلکه دلخواهی رسم کرده آن را به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم می کنیم. شعاعها را رسم کرده و شعاع پنجم از OB را امتداد می دهیم تا عمود اخراج شده از B بر AB را در نقطه C قطع کند. (معلوم است که BC مساوی OB است). از C خطی به موازات AB رسم می کنیم. نقطه D محل تلاقی این خط و عمود اخراج شده از A بر AB است. ABCD زمینه کار است. ۲. از نقطه B' خطی به موازات AB می کشیم تا شعاع مقابل شعاع وسط را در نقطه E قطع کند. (OE شعاع شمس است که بزرگترین شمسه رسمی های شانزده است). ۳. فلکه هایی به مرکز O و به شعاع های OG, OF, OE و OH رسم می کنیم. ۴. شروع ترسیم رسمی از نقطه B' واقع بر BC است. از آنجا به f وصل می کنیم، نقاط N و t روی این خط قرار دارند. از f به k و از k به l وصل می کنیم. ادامه آن از نقاط M, H و B' می گذرد. از N به P وصل می کنیم از L نیز می گذرد. کار را ادامه می دهیم تا رسمی ترسیم شود. ۵. آلت های این رسمی: ۱- شمسه ۲- ترنج ۳- ترنج ۴- پیاباریک ۵- هفتی ۶- نصف سوسنی ۷- سوسنی	مزایا: • مهم نبودن ابعاد مستطیل زمینه • قابلیت ترسیم کاربردی های با تعداد اضلاع فرد و کاربردی ۱۰ ضلعی • رئوس چندضلعی منتظم به دست آمده بر نقاط تقسیم شکل زمینه منطبق می شود. • قابلیت ترسیم با استفاده از پرگار و خط کش غیر مدرج	مرحله اول 
			مرحله دوم 
			مرحله سوم 
			مرحله چهارم 
			مرحله پنجم 

نام استادکار سستی	شیوه ترسیم	نقد روش ترسیم	مراحل ترسیم
لرزاده	۱- مربع را با کمک شعاع‌هایی با زاویه $11/25 = 16 \div 180$ درجه به 16 ضلعی تبدیل می‌کنیم. شعاع چهار عمق زمین را مشخص می‌کند (عمق $= \frac{1}{2}$ دهانه). ۲- از تقاطع شعاع سه با عرض زمین خط عمودی اخراج می‌شود. ۳- از محل تقاطع این عمود با شعاع‌ها دایره‌هایی رسم می‌شود. ۴- محل تقاطع هر یک از این دایره‌ها با شعاع‌ها، نقاط تقاطع آلت‌های نیمکار را مشخص می‌کنند. با اتصال این نقاط به یکدیگر رسم نیمکار کامل می‌شود.	مزایا: ساده‌ترین روش ترسیم نسبت به بقیه معایب: تنها کاربردی‌هایی که تعداد اضلاعشان زوج هست به غیر از (۱۰)، قابلیت ترسیم دارند.	مرحله اول  مرحله دوم  مرحله سوم  مرحله چهارم 
روش اول ترسیم پیرنیا	۱- رسم مستطیل 6×4 ۲- رسم قطر‌ها ۳- رسم عمود از محل تلاقی قطر‌ها ۴- رسم دایره محیطی ۵- عمود منصف را ادامه داده تا کمان AB به دست آید. تقسیمات روی دایره به اندازه کمان AB انجام می‌شود. ۶- چون طول مستطیل در بردارنده پنج تا کمان AB است نقاط روی دایره محیطی پنج تا پنج تا به هم وصل می‌شود.	مزایا: • بررسی منابع نشان می‌دهد جامع‌ترین مرجع برای ترسیم انواع کاربردی روش پیرنیا می‌باشد. معایب: • مهم بودن ابعاد مستطیل زمینه و خط داشتن در ابعاد ساختار زمینه • زیاد بودن تعداد مراحل ترسیم و نیاز داشتن به استفاده از پرگار و خط کش مدرج • ۱۶ ضلعی به دست آمده با این روش منتظم بوده ولی رئوس چندضلعی بر رئوس مستطیل زمینه منطبق نیست.	مرحله اول  مرحله دوم  مرحله سوم  مرحله چهارم  مرحله پنجم  مرحله ششم 

نام استادکار سستی	شیوه ترسیم	نقد روش ترسیم	مراحل ترسیم
روش دوم ترسیم پیرنیا	۱- رسم مستطیل ۴×۶ ۲- رسم اقطار مستطیل ۳- عمود منصف یک قطر را می‌کشیم تا ضلع را قطع کند فاصله محل تلاقی تا گوشه را از ۴ طرف جدا می‌کنیم. ۴- از محل‌های جداشده به گوشه‌ها وصل می‌کنیم. ۵- به‌اندازه فاصله عمود بین محل تلاقی قطرها (نقطه O) تا طول مستطیل در طرفین اضلاع طولی جدا کرده و دو خط افقی می‌کشیم تا مربع وسط به دست آید. (OW=OY) ۶- به‌اندازه AU روی AM' جدا می‌کنیم تا نقطه Z به دست آید. ۷- از نقطه Z به محل تلاقی قطر AD و خط افقی UV وصل می‌کنیم تا نقطه K به‌دست آید. ۸- خط ZK را ادامه می‌دهیم تا ضلع بزرگ مستطیل را در نقطه P قطع کند. این کار را در چهار طرف تکرار می‌کنیم. ۹- به مرکز نقطه K و شعاع KH دایره‌ای می‌زنیم تا خط افق را در نقطه G قطع کند. ۱۰- از G به I (محل تلاقی قطر AD و خط YB) وصل کرده امتداد می‌دهیم تا نقطه J به‌دست آید. این کار را در چهار گوشه تکرار می‌کنیم.	مزایا: نیاز نداشتن به استفاده از پرگار در ترسیم معایب: • مهم بودن ابعاد مستطیل زمینه و خط داشتن در ابعاد ساختار زمینه • زیاد بودن تعداد مراحل ترسیم • ۱۶ ضلعی به‌دست آمده منتظم نیست.	مرحله اول  مرحله دوم 
			مرحله سوم  مرحله چهارم 
			مرحله پنجم  مرحله ششم 
			مرحله هفتم  مرحله هشتم 
			مرحله نهم  مرحله دهم 

نام استادکار سستی	شیوه ترسیم	نقد روش ترسیم	مراحل ترسیم
روش بزرگمهری	روش سوم ترسیم یک کاربردی رسمی ۱۶ بیان شده در کتاب هندسه در معماری بزرگمهری به نقل از پیرنیا: ۱- ترسیم مستطیل ۶*۴ ۲- ترسیم اقطار مستطیل ۳- ترسیم دایره محیطی مستطیل ۴- تقسیم دایره به ۱۶ نقطه مساوی ۵- از آنجایی که طول مستطیل پنج قسمت از تقسیمات دایره را در برمی گیرد نقطه تقسیم دایره را پنج تا پنج تا به هم وصل می کنیم.	مزایا: • کم بودن تعداد مراحل ترسیم نسبت به روش اول و دوم پیرنیا معایب: • اثرگذار بودن ابعاد زمینه به عنوان اصلی ترین عامل در پیدایش فرم پلان کاربردی و خطا داشتن در ابعاد ساختار زمینه • چندضلعی به دست آمده منظم بوده ولی رئوس چندضلعی بر رئوس مستطیل زمینه منطبق نیست	مرحله اول 
			مرحله دوم 
			مرحله سوم 
			مرحله چهارم 
			مرحله پنجم 

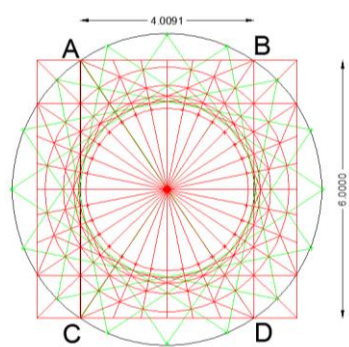
۵. یافته‌های پژوهش

۵-۱. مطالعه‌ی مقایسه‌ای روش ترسیم

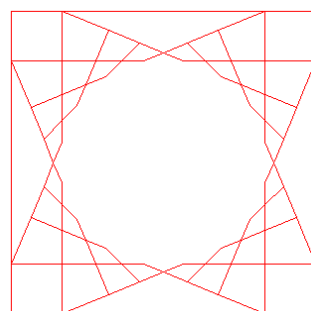
کاربندی ۱۶ شعرباف با بزرگمهری و پیرنیا

از انطباق کاربردی ۱۶ ترسیم شده توسط شعرباف بر کاربردی ۱۶ ضلعی رسم شده توسط پیرنیا این نتیجه به

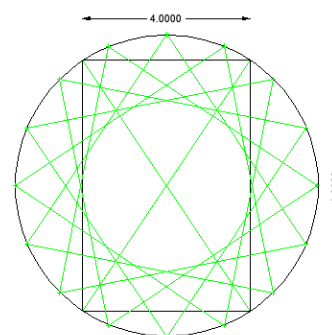
دست می‌آید که تناسبات مستطیل زمینه رسم شده توسط پیرنیا درست نبوده و باید کمی تغییر یابد. بنابراین روش پیرنیا دارای خطا است و دارای دقت کافی نیست.



شکل ۱: ترسیم شده توسط پیرنیا [9]



شکل ۲: ترسیم شده توسط شعرباف [11].



شکل ۳: میزان هم‌پوشانی بر روی یکدیگر.

با فرض اینکه طول مستطیل A و عرض مستطیل B هست.

$$IF: A=4, B=6 \rightarrow 2(4+6-2)=16$$

$$IF: A=4,0091, B=6$$

اصلاح اعداد طول و عرض مستطیل ۴

روش ترسیمی اول و دوم پیرنیا و روش بزرگمهری با تناسب ابعادی ذکر شده در بالا، اصلاح می‌شوند (جدول ۳).

۵-۲. ارائه فرمول‌های جدید برای ترسیم انواع کاربردی با تعداد اضلاع زوج

در پوشش کاربردی، نحوه ترکیب و هندسه باریکه تاق‌ها از قاعده ریاضیاتی و فرمول مشخص پیروی می‌کند. شناسایی دقیق‌تر جزئیات ترسیم کاربردی با تکیه بر روش‌های ترسیم ذکر شده توسط استاد پیرنیا در انطباق

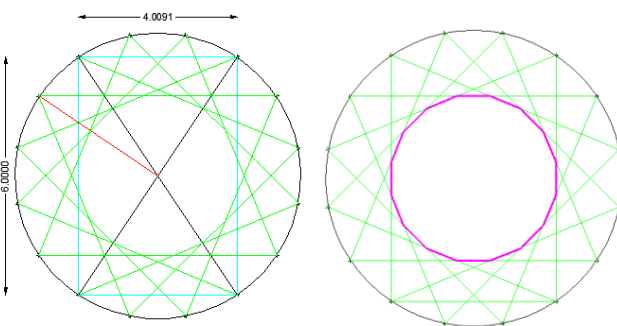
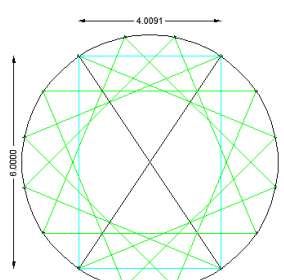
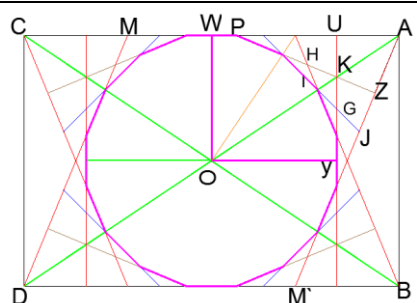
با روش استاد شعراف و لرزاده، جهت اصلاح خطاهای موجود در آن‌ها می‌باشد؛ بنابراین ابتدا جزئیات ترسیمی با فرمول ریاضی جدید گام به گام بیان شده و با نمونه‌های ترسیمی دیگر مقایسه صورت گرفته است تا از انطباق این روش‌های ترسیمی مختلف بر همدیگر اطمینان حاصل گردد. این توانایی، خود پیش‌نیاز ترسیم هندسی هرگونه کاربردی با تعداد اضلاع مختلف می‌باشد. در کتاب هندسه در معماری فرمولی به‌قرار زیر ارائه شده که با داشتن اندازه ابعاد زمینه می‌توان نوع کاربردی را از نظر تعداد اضلاع مشخص نمود [12].

$$n=2(A+B-2)$$

در این فرمول n تعداد اضلاع کاربردی، A عرض زمینه و B طول زمینه می‌باشد. این فرمول از چند جهت دارای مشکلاتی است.

جدول ۳: شکل‌های هندسی تصحیح شده.

منبع: نگارندگان

شکل هندسی تصحیح شده کاربردی ۱۶ ضلعی ترسیم شده توسط روش اول پیرنیا	
	
شکل هندسی تصحیح شده کاربردی ۱۶ ضلعی ترسیم شده توسط روش دوم پیرنیا	تصحیح شکل هندسی کاربردی ۱۶ ضلعی ترسیم شده توسط روش بیان شده در کتاب هندسه در معماری بزرگمهری به نقل از پیرنیا
	

اول اینکه چنانچه مقدار A و B غیر صحیح باشد، این فرمول غیر کارا خواهد بود.

دوم اینکه دقت آن کم است. به عنوان مثال چنانچه مقدار A و B به ترتیب ۳ و ۴ باشد، مقدار n برابر ۱۰ خواهد شد. در صورتی که در کاربردی چنانچه مقدار عرض زمینه ۳ باشد، مقدار طول آن برابر ۴,۱۲۹ خواهد بود.

سوم اینکه این فرمول اطلاعی در خصوص چند به چند وصل نمودن اضلاع به ما نمی‌دهد.

چهارم اینکه در زمینه‌هایی با نسبت‌های مشابه، جواب‌های متفاوت به ما می‌دهد. به عنوان مثال:

$$\begin{array}{lll} A=3 & B=4 & n=2(3+4-2)=10 \\ A=6 & B=8 & n=2(6+8-2)=24 \end{array}$$

در صورتی که این دو زمینه متشابه‌اند و می‌بایست در هر دو مورد جواب‌های یکسانی به دست آوریم. با توجه به اشکالات فوق‌الذکر در خصوص فرمول ارائه‌شده در کتاب هندسه در معماری و عدم وجود سامانه‌ای منطقی در این خصوص، به بررسی مصادیق و نمونه‌های به‌جای مانده از معماری سنتی ایران پرداخته و به کمک استدلال منطقی و گزاره‌های قاعده‌مند و مدل‌سازی رایانه‌ای هر

مصادیق به صورت الگویی هندسی / حسابی صورت‌بندی شده است. در گام بعدی با ساماندهی عبارتی‌های ریاضی نوشته‌شده در زیر کاربردی‌های با تعداد اضلاع ۴ تا ۲۰، فرمولی جدید استخراج شده است. این فرمول می‌تواند نواقص و کاستی‌های فرمول ارائه‌شده در کتاب هندسه در معماری را برطرف نماید.

روش ترسیم استنباط شده:

۱- ابتدا مستطیلی به ابعاد اصلاح‌شده کاربردی موردنظر می‌کشیم.

۲- قطرهای مستطیل را رسم کرده و به مرکز محل تلاقی قطرهای دایره محیطی مستطیل را رسم می‌کنیم.

۳- دایره موردنظر را به تعداد اضلاع کاربردی تقسیم می‌کنیم.

۴- یکی از قطرهای دایره را به‌دلخواه می‌کشیم.

۵- برای محاسبه اندازه زاویه $A^\wedge$ (زاویه‌ای که بین قطر دایره و طول مستطیل پایه) به‌قرار زیر عمل می‌کنیم:

اگر تعداد ضلع کاربردی N بگیریم برای اعداد زوجی که نصف آن‌ها بر دو بخش‌پذیر است به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$\begin{array}{l} N/2=Z \\ Z=2 \times b \quad b-1=h \\ 360/N \times h/2=A \end{array}$	N = تعداد اضلاع کاربردی که نصف آن‌ها بر عدد ۲ بخش‌پذیر است. Z = عددی که از تقسیم تعداد اضلاع کاربردی بر عدد ۲ به دست می‌آید. b = عددی که از تقسیم عدد Z بر عدد ۲ به دست می‌آید. h = عددی که از کم کردن عدد یک از عدد b به دست می‌آید. A = عددی که از حاصل ضرب عدد حاصل از تقسیم عدد h بر عدد ۲ و عدد ۳۶۰ بر تعداد اضلاع کاربردی به دست می‌آید.
--	--

مثلاً برای کاربردی ۱۶ داریم:

$$16/2=8 \quad 2 \times 4=8=Z \quad b=4 \quad 4-1=3=h \quad 360/16=22.5 \quad 22.5 \times 3/2=33.7 \sim 34=A$$

برای اعداد زوجی که نصف آن‌ها بر ۲ بخش‌پذیر نیست به دو صورت زیر عمل می‌کنیم:

$\begin{array}{l} M/2=Z \\ Z=2(t)+1 \\ 360/M \times t/2=P \end{array}$	M = تعداد اضلاع کاربردی که نصف آن‌ها بر عدد ۲ بخش‌پذیر نیست. Z = عددی که از تقسیم تعداد اضلاع کاربردی بر عدد ۲ به دست می‌آید. t = عددی که از تقسیم عدد $Z-1$ بر عدد ۲ به دست می‌آید و عددی زوج است. P = عددی که از حاصل ضرب عدد حاصل از تقسیم عدد t بر عدد ۲ و عدد ۳۶۰ بر تعداد اضلاع کاربردی به دست می‌آید.
--	---

مثلاً برای کاربردی ۱۰ داریم:

$$10/2=5=Z \quad 5=2(2)+1 \quad t=2 \quad 360/10 \times 2/2=36=P$$

$M/2=Z$ $Z=2(t)+1$ $t+1=y$ $360/M \times y/2 = P$	M = تعداد اضلاع کاربردی که نصف آن‌ها بر عدد ۲ بخش پذیر نیست. Z = عددی که از تقسیم تعداد اضلاع کاربردی بر عدد ۲ به دست می‌آید. t = عددی که از تقسیم عدد $Z-1$ بر عدد ۲ به دست می‌آید و عددی فرد است. y = عددی که از حاصل جمع عدد $t+1$ به دست می‌آید. P = عددی که از حاصل ضرب عدد حاصل از تقسیم عدد y بر عدد ۲ و عدد ۳۶۰ بر تعداد اضلاع کاربردی به دست می‌آید.
--	--

مثلاً برای کاربردی ۲۲ داریم:

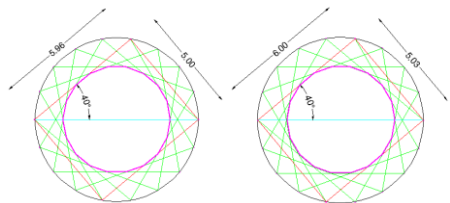
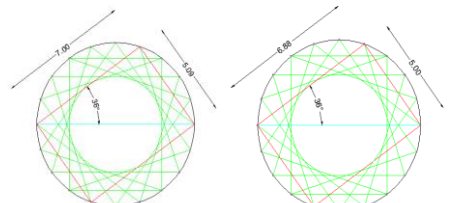
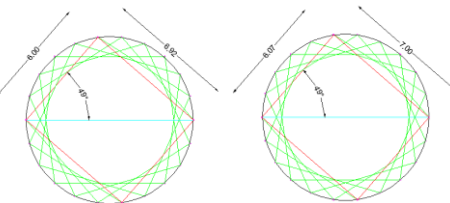
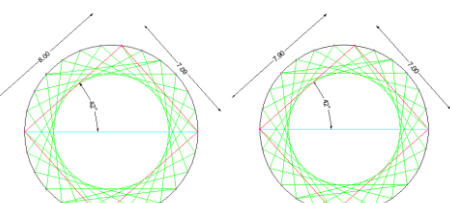
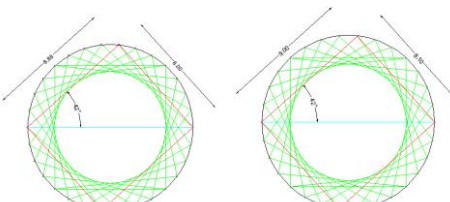
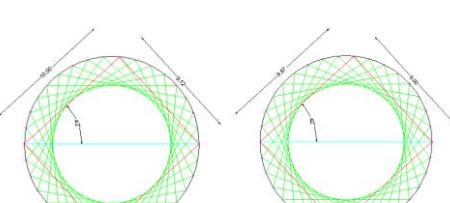
$$22/2=11=Z \quad 360/22=16.36 \quad 11=2(5)+1 \quad t=5 \quad 5+1=6=y$$

$$360/22 \times 6/2=48.9 \sim 49=P$$

- ۶- خطی که با زاویه A نسبت به قطر دایره کشیده شده
تعداد تقسیمات طول مستطیل زمینه را نشان می‌دهد.
- ۷- نقاط تقسیم دایره محیطی را براساس تعداد تقسیمات طول مستطیل زمینه به هم وصل می‌کنیم.
- ۸- بدین طریق چندضلعی منتظم به دست می‌آید (جدول ۴).

جدول ۴: شکل‌های هندسی رسم شده بر پایه فرمول جدید

ردیف	تعداد ضلع کاربردی	فرمول انتخابی	ابعاد مستطیل زمینه	شکل هندسی رسم شده
۱	۱۰	$M/2=Z$ $Z=2(t)+v$ $360/M \times t/2 = P$ $10/2=5=Z$ $2(2)+1=5 \quad t=2$ $360/10 \times 2/2=36=P$	4×2.91 یا 4.13×3	
۲	۱۲	$N/2=Z$ $Z=2 \times b \quad b-1=h$ $360/N \times h/2=A$ $30=360/12$ $12/2=6=Z$ $2 \times 3=6 \quad b=3$ $3-1=2=h$ $360/12 \times 2/2=30$	2.89×5 یا 5.20×3	
۳	۱۶	$N/2=Z$ $Z=2 \times b \quad b-1=h$ $360/N \times h/2=A$ $360/16=22.5$ $16/2=8=Z$ $8/2=4=b$ $4-1=3=h$ $22.5 \times 3/2=33.7 \sim 34$	6×4.01 یا 4×5.99	

ردیف	تعداد ضلع کاربندی	فرمول انتخابی	ابعاد مستطیل زمینه	شکل هندسی رسم شده
۴	18	$M/2=Z$ $Z=2(t)+1$ $360/M \times t/2 = P$ $18/2=9=Z$ $9=2(4)+1 \quad t=4$ $360/18 \times 4/2=40$	5.03×6 یا 5.96×5	
۵	20	$M/2=Z$ $Z=2(t)+1$ $360/M \times t/2 = P$ $20/2=10=Z$ $(2(4)+1)+1=10 \quad t=4$ $360/20 \times 4/2=36$	7×5.09 یا 5×6.88	
۶	22	$M/2=Z$ $Z=2(t)+1$ $t+1=y$ $360/M \times y/2 = P$ $22/2=11=Z$ $11=2(5)+1 \quad t=5$ $5+1=6=y$ $360/22=16.36 \sim 16.3$ $16.3 \times 6/2=48.9 \sim 49=P$	6×6.92 یا 7×6.07	
۷	26	$M/2=Z$ $Z=2(t)+1$ $360/M \times t/2 = P$ $26/2=13=Z$ $2(6)+1=13$ $360/26=13.8 \sim 14$ $14 \times 6/2=42=P$	7×7.90 یا 7.09×8	
۸	30	$M/2=Z$ $Z=2(t)+1$ $t+1=y$ $360/M \times y/2 = P$ $360/30=12$ $30/2=15=Z$ $15=2(2 \times 3+1)+1 \quad t=3$ $y=4$ $360/30 \times 4/2=42$	8×8.88 یا 9×8.10	
۹	34	$M/2=Z$ $Z=2(t)+1$ $360/M \times t/2 = P$ $360/34=10.5$ $34/2=17=Z$ $2(8)+1=17 \quad t=8$ $360/34 \times 8/2=42$	9.87×9 یا 10×9.12	

۶. نتیجه‌گیری

بررسی جمله روش‌های سنتی و معاصر طراحی هندسه کاربردی نشان می‌دهد که میان روش‌های سنتی و پژوهش‌های معاصر اختلاف‌هایی در رویکرد و روش طراحی وجود دارد. روش ترسیمات کاربردی محدود به اسناد و مکتوبات سنتی نمی‌شود. کاربردی‌ها با به‌کارگیری اصول دست‌گردانی از سوی معمار سنتی، به‌صورت چند زمینه و در تناسب با شکل هندسه بستر طراحی می‌شوند. در طراحی کاربردی برای رفع پیچیدگی و زمان‌بر بودن روش ترسیم سنتی، روش پیشنهادی بر پایه یافتن روابط ریاضی بین اندازه زاویه بین قطر دایره و طول مستطیل محاط در دایره و تعداد اضلاع کاربردی ارائه شده است. چارچوب رسم کاربردی زمینه است. در این پژوهش کاربردی از لحاظ روابط ریاضی موجود در شکل هندسی بررسی می‌شود. از طریق تحلیل مقایسه‌ای روش‌های ترسیم انواع کاربردی‌ها، می‌توان به نقاط مشترک ترسیمی آن‌ها که دانستن چند به چند وصل کردن نقاط تقسیم‌شده روی دایره محیطی مستطیل زمینه است، دست یافت. بدین منظور نیاز به دانستن اندازه زاویه بین قطر دایره و طول مستطیل زمینه یا وتر دایره است. اندازه این زاویه برای

انواع کاربردی ترسیم‌شده در برنامه اتوکد را به دست آورده و مقایسه کرده تا به ارائه فرمولی مشخص برای انواع گوناگون منجر شود. درواقع برای اعتبارسنجی محاسبات ریاضی انجام‌شده با نمونه‌های ترسیم‌شده مقایسه و سنجیده شدند. فرمول ارائه‌شده برای اکثر کاربردی‌ها صادق بوده و دیگر نیازی به استفاده از فرمول‌های پیچیده و مبهم برای ترسیم کاربردی نیست. تبیین روشی جدید برای ترسیم کاربردی با استفاده از امکانات رایانه‌ای، باعث ارتقا روش‌های ترسیم نقوش هندسی معماری اسلامی من جمله کاربردی می‌گردد. در این پژوهش برای نخستین بار ترسیم انواع کاربردی با دانستن دو پارامتر تعداد ضلع کاربردی و اندازه زاویه بین قطر دایره و طول مستطیل محاط در دایره، صورت گرفته است. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی، درصد تخصیص مساحت هر یک از عناصر کاربردی نسبت به مساحت کل زمینه، فراوانی آن‌ها و... با استفاده از نرم‌افزار ترسیمی به دست آید و انواع کاربردی‌ها باهم مقایسه شوند، تا از طریق تحلیل تفاوت‌ها و شباهت‌های آن‌ها بتوان در گام‌های بعدی، تکنیک سریع و آسانی برای ترسیم کاربردی‌ها با توجه به وجود نرم‌افزارهای مختلف ارائه داد.

References

- [1] Naseh Zadeh Tabriz Sh, Pourrajb Sofiai L. Potential capabilities of parametric software in Islamic architectural design (case study: application). The first competition of the comprehensive international conference of engineering sciences in Iran; 2015.
[ناصح‌زاده تبریز شهرام، پوررجب صوفیائی لاجین. توانایی‌های بالقوه نرم‌افزارهای پارامتریک در طراحی معماری اسلامی (نمونه موردی کاربردی: کاربرد). اولین مسابقه کنفرانس بین‌المللی جامع علوم مهندسی در ایران. ۱۳۹۵]
- [2] Mir Abul Qasimi SMT, Bagheri M. Abdur Rahman Sufi's treatise on geometry. History of Science. 2003; (1):142-189.
[میرابوالقاسمی سید محمدتقی، باقری محمد. رساله عبدالرحمان صوفی درباره هندسه پرگاری. تاریخ علم. ۱۳۸۲؛ (۱): ۱-۸۹، ۱۴۳]
- [3] Al-Saeed E, Parman A. Geometric patterns in Islamic art. Translation: Masoud Rajab Nia. Tehran: Soroush Publications; 2008.
[السعيد ع صام، پارمان عایشه. نقش‌های هندسی در هنر اسلامی. ترجمه: مسعود رجب‌نیا. تهران: انتشارات سروش؛ ۱۳۸۷]
- [4] Hali A. Nodes and arches in Iranian architecture. Qom: Mehr; 1986. [in Persian].
حلی اکبر. گره‌ها و قوس‌ها در معماری ایران. قم: انتشارات مهر؛ ۱۳۶۵]
- [5] Papadopoulos A. Islamic architecture. Translation: Heshmat Jazni. Tehran: Raja; 1989.
پاپادوپولو آکساندر. معماری اسلامی. ترجمه: حشمت جزنی. تهران: رجا؛ ۱۳۶۸]
- [6] Najiboglu G. Geometry and Decoration in Islamic Architecture, Translation: Mehrdad Qayyumi. Tehran: Rozeneh; 2010.
[نجیب اوغلو گل‌رو. هندسه و تزیین در معماری اسلامی. ترجمه: مهرداد قیومی. تهران: روزه؛ ۱۳۸۹]
- [7] Kharazmi M, Tavossi M, Pourmand HA, Nistani J. A study on the geometric motifs of architectural decorations in Gonabad, Malek

- Zozan, and Faryoumed mosques. Journal of fine arts - visual arts. 2011; 17(3).
- [خوارزمی مهسا، طاووسی محمود، پورمند حسعلی، نیستانی جواد. مطالعه‌ای در نقوش هندسی تزیینات معماری در مساجد گناباد، ملک زوزن و فریومد. نشریه هنرهای زیبا- هنرهای تجسمی. ۱۳۹۱؛ ۱۷(۳)].
- [8] Ziaeinia MH, Hashemi Jarzabad H. Golden proportion and Islamic Iranian proportions system in Qain Jame Mosque. Iranian Restoration and Architecture Journal (Repairing historical and cultural works and textures. 2015; 6(11).
- [ضیایی نیا محمدحسن، هاشمی جرزآباد حسن. تناسب طلایی و سیستم تناسبات ایرانی اسلامی در مسجد جامع قائن. نشریه مرمت و معماری ایران (مرمت آثار و بافت‌های تاریخی فرهنگی. ۱۳۹۵؛ ۶(۱۱)].
- [9] Pirnia M K. Textbook of Islamic architecture. Tehran: University of Tehran; 1983.
- [۱۰] [پیرنیا محمد کریم. درس‌نامه معماری اسلامی. تهران: دانشگاه تهران؛ ۱۳۶۲].
- [11] Raeeszadeh M, Mofid H. Revival of forgotten arts: the basics of traditional architecture in Iran according to the narration of Professor Hossein Larzadeh. Tehran: Molly; 1995.
- [رئیس‌زاده مهناز، مفید حسین. احیای هنرهای از یاد رفته: مبانی معماری سنتی در ایران به روایت استاد حسین لرزاده. تهران: مولی؛ ۱۳۷۴].
- [12] Sharbaf A. Gereh va Karbandi. Tehran: (Gereh Miras-e Farhangi-ye Keshvar (Iranian Cultural Heritage Organization); 2006 [in Persian].
- [شعرباف اصغر. گره و کاربندی (ج ۱). تهران: انتشارات سازمان میراث فرهنگی کشور و سبحان نور؛ ۱۳۸۵].
- [13] Pirnia M, Bozorgmehri Z. Geometry in Miras-e Farhangi-ye Keshvar [Iranian architecture. Tehran: Sazman-e Cultural Heritage Organization]; 2006 [in Persian].
- [پیرنیا محمد کریم، بزرگمهری زهره. هندسه در معماری. تهران: انتشارات میراث فرهنگی کشور و سبحان نور؛ ۱۳۸۵].
- [14] Pournadri H. Shaerbat and his works (the second volume of Garh and Karbandi). Tehran: Cultural heritage of the country; 2000.
- [پورنادری حسین. شعرباف و آثارش (جلد دوم گره و کاربندی). تهران: میراث فرهنگی کشور؛ ۱۳۷۹].
- [15] Memarian G H. Architecture of Niarsh Iran. Editor: Hadi Safaipoor. Tehran: Naghme No Andish Publishing Institute and Artistic Cultural Institute; 2014
- [معماریان غلامحسین. معماری ایران نیارش. تدوین: هادی صفایی پور. تهران: موسسه انتشارات و موسسه فرهنگی هنری نغمه نو اندیش؛ ۱۳۹۴].
- [16] Navaei K, Haji Ghasemi K. Clay and Fantasy: Description of Iranian Islamic Architecture. Tehran: Shahid Beheshti University, Soroush (Islamic Republic of Iran Sada and Sada Publications); 2011.
- [نواهی کامبیز، حاجی قاسمی کامبیز. خشت و خیال: شرح معماری اسلامی ایران. تهران: دانشگاه شهیدبهشتی؛ سروش (انتشارات صدا و صدای جمهوری اسلامی ایران)؛ ۱۳۹۰]
- [17] Ainechi S, Valibeig N, Tehrani F. Comparison of the geometry and Karbandi vault drawing method of study examples of base karbandies 10, 12, 14 and 16. Sofeh Journal. 2019;1(29): 73-91. [in Persian]
- [آئینه‌چی شهرزاد، ولی بیگ‌نیم، تهرانی فرهاد. مقایسه هندسه و روش ترسیم طاق کاربندی نمونه‌های مطالعاتی کاربندی‌های زمینه ۱۰، ۱۲، ۱۴ و ۱۶. مجله صفحه. ۱۳۹۸؛ ۱(۲۹): ۷۳-۹۱].
- [18] Garofalo V. The geometry of a domed architecture: A stately example of Kārbandi at Bagh-e Dolat Abad in Yazd. Nexus Network Journal. 2016;18:169-95.
- [19] Ahmadi MP. A Geometrical Analysis of the Mausoleum of Sheikh Zāhed-e Gīlāni. Persian Architecture and Mathematics. 2012;391-406.
- [20] Mohammadi AA, Asefi M, Ebrahimi AN. The geometrical regularization for covering irregular bases with Karbandi. Nexus Network Journal. 2018 Jul;20(2):331-52.
- [21] Farshchi H, Danaei Nia A, Ashrafi A. The geometric system of one-leg formalization grounds, derived from the circumcircle. Two scientific-research quarterly magazines on restoration and architecture of Iran. 2015;6(12): 127-138.
- [فرشچی حمیدرضا، دانایی نیا احمد، اشرفی احمد. نظام هندسی زمینه‌های رسمی بندی یک‌پا، برگرفته از دایره محیطی. دو فصلنامه علمی- پژوهشی مرمت و معماری ایران. ۱۳۹۵؛ ۶(۱۲): ۱۲۷-۱۳۸].
- [22] Amjad Mohammadi A.A research on the geometry of the applications of the historical market of Tabriz for use in the design of free surfaces. Master's thesis. Islamic Art

- University of Tabriz, Faculty of Architecture and Urban Planning; 2016.
- [امجد محمدی امیر. پژوهشی در هندسه کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز برای کاربری در طراحی سطوح آزاد. پایان‌نامه کارشناسی ارشد معماری اسلامی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز: دانشکده معماری و شهرسازی. ۱۳۹۶.]
- [23] Rehani Hamdani H, Sahib Mohammadian M, Afshin Mehr Va, Bamanian M R. Mathematical analysis of simple applications of Iranian architecture. *Iranian Journal of Archaeological Research*. 2017; (8)17: 201-220.
- [24] ریحانی همدانی حسن، صاحب محمدیان منصور، افشین [] مهر وحید، بمانیان محمدرضا. تحلیل ریاضی کاربردی‌های ساده معماری ایران. *مجله پژوهش‌های باستان‌شناسی*. ۱۳۹۷؛ (۸) ۱۷: ۲۰۱-۲۲۰. ایران
- [25] Nistani J. The history of map drawing and the application of geometry and arithmetic in Islamic architecture (from the first Islamic centuries to the middle of the 9th century A.H). *Pik Noor - Human Sciences*. 2004; 3 (5).
- [نیستانی جواد. سابقه ترسیم نقشه و کاربرد هندسه و حساب در معماری اسلامی (از سده‌های نخستین اسلامی تا اواسط قرن ۹ ق)، پیک نور- علوم انسانی. ۱۳۸۴؛ ۳ (۵).]
- [26] Khwaja Nasiruddin T. Akhlaq Naseri, with the efforts of Mojtaba Minavi and Alireza Ansari Senjari. *Tehran: Kharazmi Publications*; 1990.
- [طوسی خواجه نصیرالدین. اخلاق ناصری، به کوشش مجتبی مینوی و علیرضا انصاری سنجری. تهران: انتشارات خوارزمی؛ ۱۳۹۶.]
- [27] Mokhtari M, Kaousi S, Bammad A. Theoretical geometry in Iranian architecture (meaning and principles). *international conference on civil engineering, architecture, and sustainable urban development*; 2013.
- [مختاری مؤده، کاوسی ساناز، بامداد علی. هندسه نظری در معماری ایرانی (معنا و اصول). کنفرانس بین‌المللی مهندسی عمران، معماری و توسعه پایدار شهری؛ ۱۳۹۳.]
- [28] Balkhari Qahi H. *Philosophy of geometry and architecture*. Tehran: Tehran University Press; 1400.
- [بلخاری قهی حسن. فلسفه هندسه و معماری. تهران: انتشارات دانشگاه تهران؛ ۱۴۰۰.]